

Maths@bi

8

6.BÖLÜM

Dönüşüm Geometrisi

(Yansıma)

Kerime ASKER-Abdullah ASKER

Matematik Öğretmeni

MART-2018

<https://www.facebook.com/groups/119905639443/>
(Facebook MATEMATİK ÖĞRETMENLERİ Grubu)

8.6 DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ

8.6.1 KOORDİNAT DÜZLEMİNDE YANSIMA

Noktaların ve nesnelerin eksenlere ve doğrulara göre yansımaları bulunurken düz aynadaki görüntüsü düşünülebilir.

Bir şekil ile yansımalarının ;

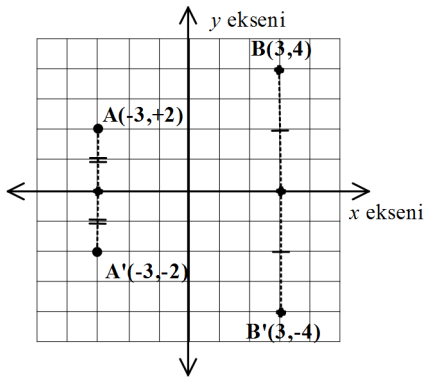
- * şekilleri ve boyutları aynıdır.
- * görüntüleri karşılıklıdır.
- * yansıma eksenlerine göre uzaklıkları eşittir.

1) NOKTANIN EKSENLERE GÖRE YANSIMASI

a) x eksenine göre yansıma:

x eksenine göre yansımada x eksenini simetri eksenini olur.

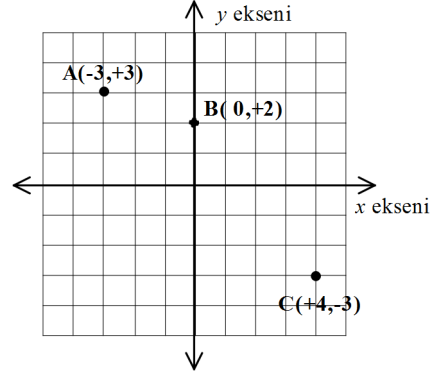
Bir noktanın x eksenine göre yansımalarının koordinatları, noktanın ordinatının işaretini değiştirmiş halindedir. Yani apsisi değişmezken, ordinatları işaret değiştirir.



Bir $A(x,y)$ noktasının x (apsis) eksenine göre yansıması $A'(x,-y)$ 'dir.

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzlem üzerinde verilen noktaların x eksenine göre yansımalarını gösterip, yansımalarının koordinatlarını yazınız.



2) Aşağıda verilen noktaların x eksenine göre yansımalarının koordinatlarını karşılarına yazınız.

$$A (+2 , +3) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} A' (\dots , \dots)$$

$$B (-1 , -1) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} B' (\dots , \dots)$$

$$C (+5 , -7) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} C' (\dots , \dots)$$

$$D (0 , +6) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} D' (\dots , \dots)$$

$$E (+2 , 0) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} E' (\dots , \dots)$$

3) x eksenine göre yansımalarının koordinatları verilen noktanın koordinatını karşılarına yazınız.

$$F (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} F' (+1 , +3)$$

$$G (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} G' (-2 , -3)$$

$$H (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} H' (+5 , -2)$$

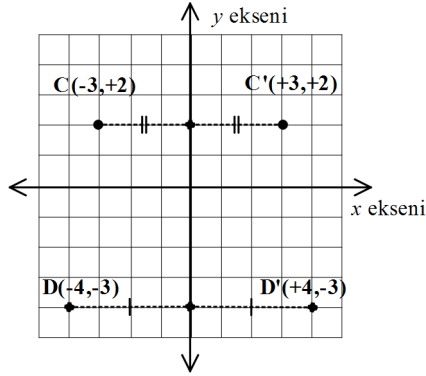
$$I (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} I' (-9 , +9)$$

$$İ (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} İ' (+7 , -8)$$

b) y eksenine göre yansıma:

y eksenine göre yansımada y eksenini simetri eksenini olur.

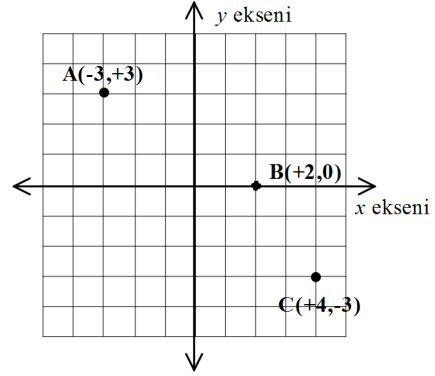
Bir noktanın y eksenine göre yansımasının koordinatı, noktanın apsisinin işaret değiştirmiş halidir. Yani ordinatlar değişmezken,apsisleri işaret değiştirir.



Bir B(x,y) noktasının y (ordinat) eksenine göre yansıması B'(-x,y)'dir.

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzlem üzerinde verilen noktaların y eksenine göre yansımalarını gösterip, yansımalarının koordinatlarını yazınız.



2) Aşağıda verilen noktaların y eksenine göre yansımalarının koordinatlarını karşılarına yazınız.

Maths@bi

A (-1 , +3) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ A' (.... ,)

B (-1 , +1) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ B' (.... ,)

C (+5 , +6) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ C' (.... ,)

D (0 , -12) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ D' (.... ,)

E (-3 , 0) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ E' (.... ,)

3) y eksenine göre yansımasının koordinatları verilen noktanın koordinatını karşılarına yazınız.

F (.... ,) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ F' (+1 , +5)

G (.... ,) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ G' (+1 , -3)

H (.... ,) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ H' (+2 , -8)

I (.... ,) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ I' (-1 , +9)

İ (.... ,) $\xrightarrow{\text{y eksenine göre}}$ İ' (0 , +7)

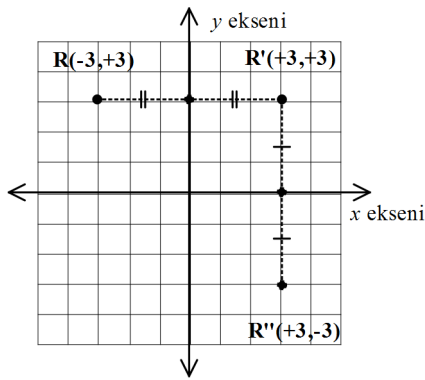
c) Orijine göre yansıma:

Bir noktanın orijine göre yansımasının koordinatı 2 farklı şekilde bulunabilir.

1.yol:

x eksenine göre yansıma alınır , sonra da yansımanın y eksenine göre yansıması alınır.

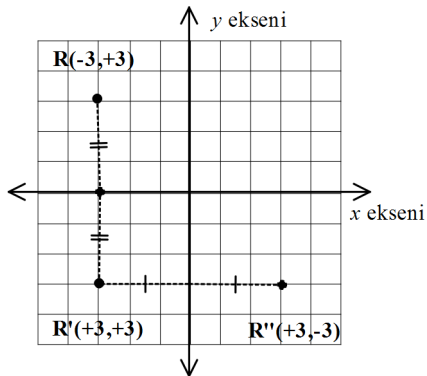
$$R (+2 , -5) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} R' (+2 , +5) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} R'' (-2 , +5)$$



2.yol:

y eksenine göre yansıma alınır , sonra da yansımanın x eksenine göre yansıması alınır.

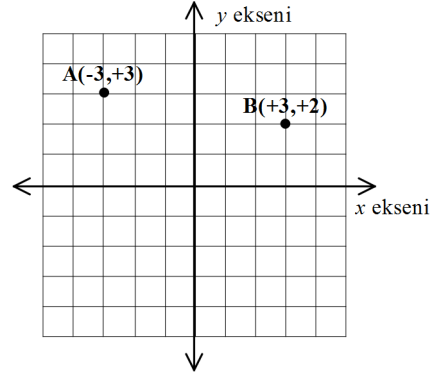
$$R (+2 , -5) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} R' (-2 , -5) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} R'' (-2 , +5)$$



Bir (x,y) noktasının orijine göre yansımasında hem x'in hem de y'nin işaretleri (-x,-y) şeklinde değişir.

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzlem üzerinde verilen noktaların orijine göre yansımalarını gösterip, yansımalarının koordinatlarını yazınız.



2) Aşağıda verilen noktaların orijine göre yansımalarının koordinatlarını karşılarına yazınız.

$$A (-1 , +3) \xrightarrow{\text{orijine göre}} A' (\dots , \dots)$$

$$B (-6 , +1) \xrightarrow{\text{orijine göre}} B' (\dots , \dots)$$

$$C (+2 , +1) \xrightarrow{\text{orijine göre}} C' (\dots , \dots)$$

$$D (0 , -2) \xrightarrow{\text{orijine göre}} D' (\dots , \dots)$$

$$E (-3 , +9) \xrightarrow{\text{orijine göre}} E' (\dots , \dots)$$

2) Orijine göre yansımasının koordinatları verilen noktanın koordinatını karşılarına yazınız.

$$H (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{orijine göre}} H' (-1 , +3)$$

$$I (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{orijine göre}} I' (+3 , -3)$$

$$İ (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{orijine göre}} İ' (+6 , -6)$$

$$J (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{orijine göre}} J' (+11 , +8)$$

$$L (\dots , \dots) \xrightarrow{\text{orijine göre}} L' (0 , -4)$$

ALIŞTIRMALAR:

1) Aşağıda verilen noktaların x eksenine , y eksenine ve orijine göre yansımalarını yazınız.

Nokta	x eksenine göre	y eksenine göre	Orijine göre
A (-3,+2)			
B (+3,-5)			
C (+2,+6)			
D (-7,-5)			
E (0,+5)			
F (-8, 0)			

2) Aşağıda yansıtılmış hallerinin koordinatları verilen noktaların neye göre yansıtıldıklarını bulunuz.

$$A (-2 ,+3) \xrightarrow{\hspace{2cm}} A' (-2 , -3)$$

$$B (-2 ,+1) \xrightarrow{\hspace{2cm}} B' (+2 , -1)$$

$$C (+5 ,+1) \xrightarrow{\hspace{2cm}} C' (+5 , -1)$$

$$D (0 , -2) \xrightarrow{\hspace{2cm}} D' (0 , -2)$$

$$E (0 ,+5) \xrightarrow{\hspace{2cm}} E' (0 , -5)$$

$$F (-3 ,+9) \xrightarrow{\hspace{2cm}} F' (+3 ,+9)$$

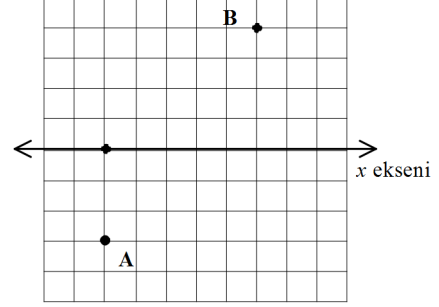
$$G (-10 ,+3) \xrightarrow{\hspace{2cm}} G' (10 , -3)$$

$$H (-1 , -3) \xrightarrow{\hspace{2cm}} H' (-1 , +3)$$

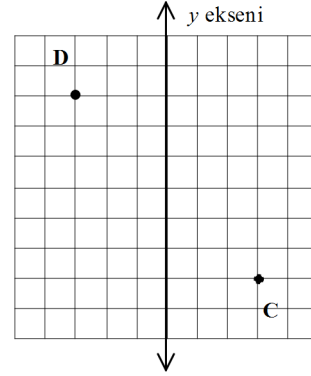
$$I (0 ,+3) \xrightarrow{\hspace{2cm}} I' (0 , -3)$$

$$İ (+6 , 0) \xrightarrow{\hspace{2cm}} İ' (+6 , 0)$$

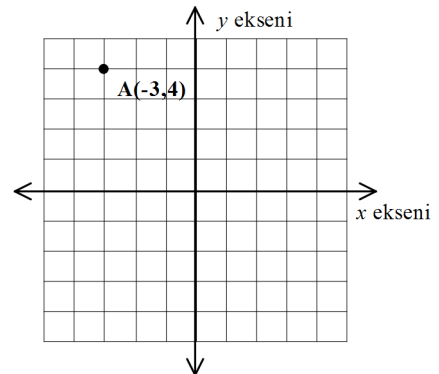
3) Aşağıda verilen A ve B noktalarının x eksenine göre yansımalarını kareli kağıt üzerinde belirtiniz.



4) Aşağıda verilen C ve D noktalarının y eksenine göre yansımalarını kareli kağıt üzerinde belirtiniz.



5) A(-3,-4) noktasının y eksenine göre yansıması B , B'nin orijine göre yansıması C , C'nin y eksenine göre yansıması D'dir.Buna göre noktaların birleştirilmesiyle oluşan ABCD dörtgeninin çevre uzunluğunun ölçüsü kaç birimdir?



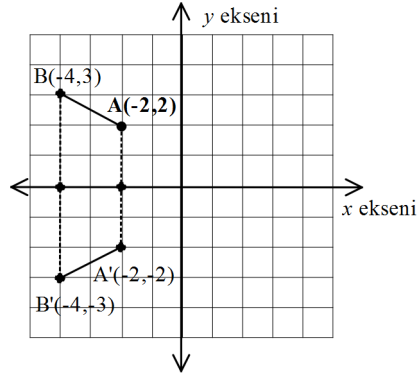
2) ŞEKİLLERİN EKSENLERE GÖRE YANSIMASI

a) x eksenine göre yansıma:

* Koordinat düzlemde doğru parçalarının x eksenine göre yansıması alınırken, önce doğru parçasının uç noktalarının yansıması alınır, daha sonra bu noktalar birleştirilerek doğru parçasının yansıması çizilmiş olur.

Örnek:

Uç noktalarının koordinatları A(-2,2) ve B(-4,3) olan AB doğru parçasının x eksenine göre yansımasını koordinat düzlem üzerinde gösterip, uç noktalarının koordinatlarını belirtiniz.



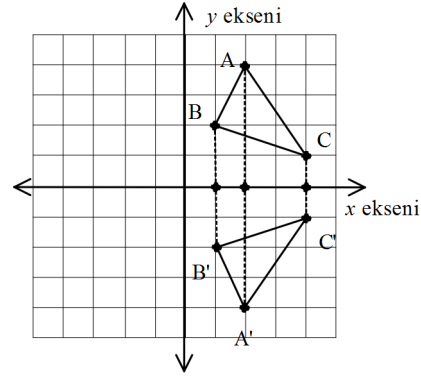
$$A (-2, 2) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} A' (-2, -2)$$

$$B (-4, 3) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} B' (-4, -3)$$

** Koordinat düzlemde çokgenlerin x eksenine göre yansıması alınırken, önce köşe noktalarının yansıması alınır, daha sonra bu noktalar sırasıyla birleştirilerek çokgenlerin yansıması çizilmiş olur.

Örnek:

Köşe noktalarının koordinatları A(2,4), B(1,2) ve C(5,1) olan ABC üçgeninin x eksenine göre yansımasını koordinat düzlem üzerinde gösterip, uç noktalarının koordinatlarını belirtiniz.



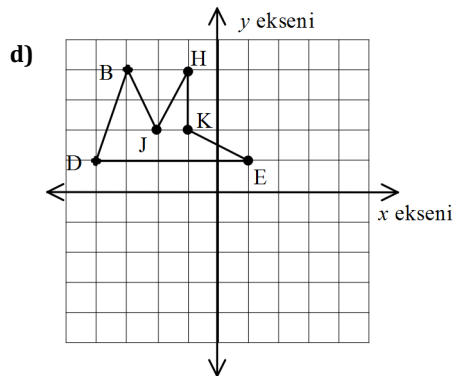
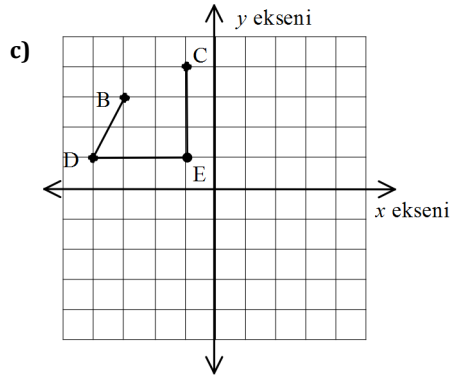
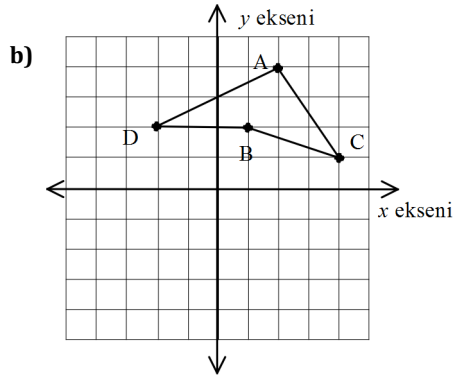
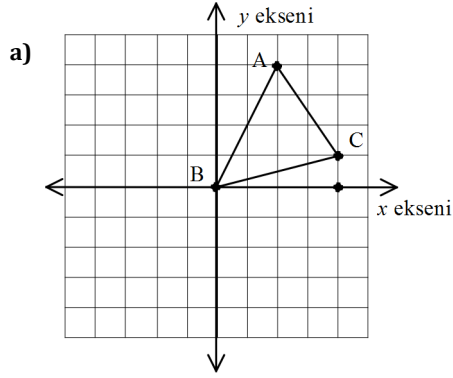
$$A (2 , 4) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} A' (2 , -4)$$

$$B (1 , 2) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} B' (1 , -2)$$

$$C (4 , 1) \xrightarrow{\text{x eksenine göre}} C' (4 , -1)$$

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzleminde verilen şekillerin x eksenine göre yansımalarını çiziniz.



2) Köşe koordinatları $A(-1,1)$, $B(3,5)$, $C(5,4)$ ve $D(2,4)$ olan bir ABCD dörtgeni x eksenine göre yansıtılıyor. Buna göre bu dörtgenin yansıma halinin ordinatları toplamı kaç eşittir?

3) $A(-3,4)$ noktasının x eksenine göre yansıması $A'(a+1,b-2)$ olduğuna göre $a+b$ kaç eşittir?

4) x eksenine göre yansımasının koordinatı $K'(1,-4)$ olan K noktasının koordinatı $K(-c, -d)$ olduğuna göre $(-c)^d$ kaç eşittir?

5) $A(-3,5)$ noktasının x eksenine göre yansıması olan A' noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

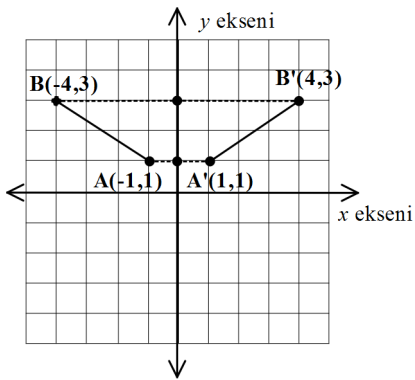
b) y eksenine göre yansıma:

* Koordinat düzlemde doğru parçalarının y eksenine göre yansıması alınırken,önce doğru parçasının uç noktalarının yansıması alınır,daha sonra bu noktalar birleştirilerek doğru parçasının yansıması çizilmiş olur.

Örnek:

Uç noktalarının koordinatları A(-1,1) ve B(-4,3) olan AB doğru parçasının y eksenine göre yansımasını koordinat düzlem üzerinde gösterip. uç noktalarının koordinatlarını belirtiniz.

Çözüm:



$$A (-1 , 1) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} A' (1 , 1)$$

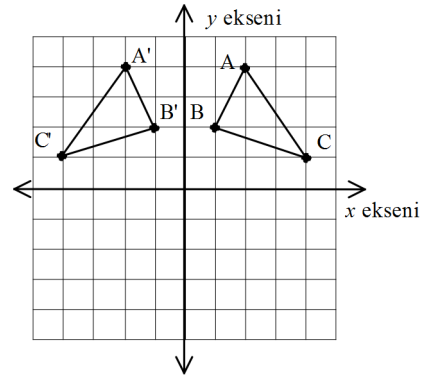
$$B (-4 , 3) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} B' (4 , 3)$$

** Koordinat düzlemde çokgenlerin y eksenine göre yansıması alınırken,önce köşe noktalarının yansıması alınır,daha sonra bu noktalar sırasıyla birleştirilerek çokgenlerin yansıması çizilmiş olur.

Örnek:

Köşe noktalarının koordinatları A(-2,4) , B(-1,2) ve C(-4,1) olan ABC üçgeninin x eksenine göre yansımasını koordinat düzlem üzerinde gösterip. uç noktalarının koordinatlarını belirtiniz.

Çözüm:



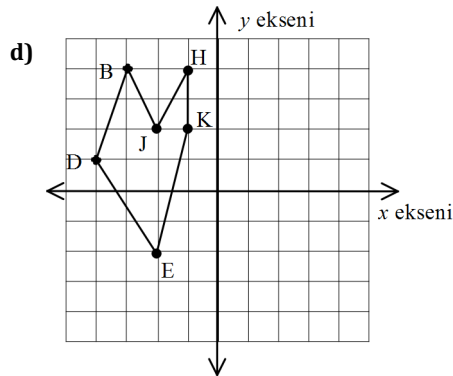
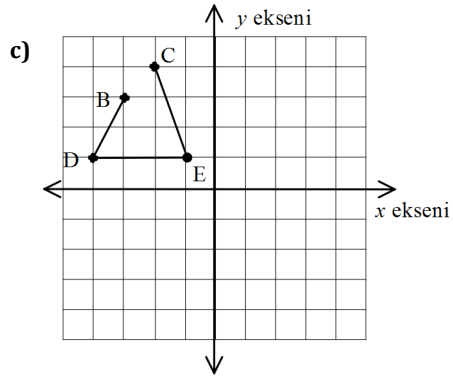
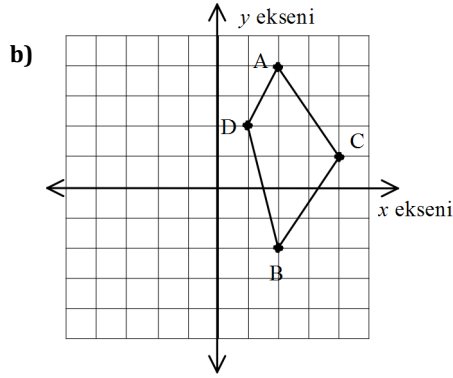
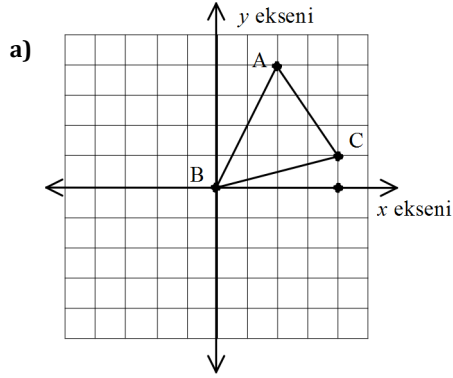
$$A (-2 , 4) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} A' (2 , 4)$$

$$B (-1 , 2) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} B' (1 , 2)$$

$$C (-4 , 1) \xrightarrow{\text{y eksenine göre}} C' (4 , 1)$$

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzleminde verilen şekillerin y eksenine göre yansımalarını çiziniz.



2) Köşe koordinatları $A(1,2)$, $B(3,5)$, $C(5,3)$ ve $D(2,-4)$ olan bir ABCD dörtgeni y eksenine göre yansıtılıyor. Buna göre bu dörtgenin yansıma halinin apsisi toplamı kaç eşittir?

3) $A(-3,4)$ noktasının y eksenine göre yansıması $A'(a-3,b+2)$ olduğuna göre $a+b$ kaç eşittir?

4) y eksenine göre yansımasının koordinatı $K'(3,-4)$ olan K noktasının koordinatı $K(e, -k)$ olduğuna göre $e-k$ kaç eşittir?

5) $A(-3,5)$ noktasının y eksenine göre yansıması olan A' noktasına olan uzaklığı a , $B(6,-4)$ noktasının y eksenine göre yansıması olan B' noktasına olan uzaklığı b ise $a+b$ kaç birimdir?

c) Orijine göre yansıma:

* Koordinat düzlemde doğru parçalarının orijine göre yansıması alınırken, önce doğru parçasının uç noktalarının orijine göre yansıması alınır, daha sonra ise bu uç noktalar birleştirilerek doğru parçasının orijine göre yansıması çizilmiş olur.

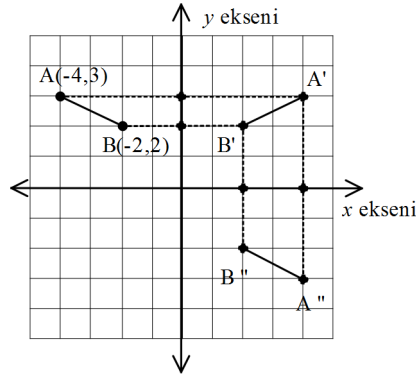
Örnek:

Uç noktalarının koordinatları A(-2,2) ve B(-4,3) olan AB doğru parçasının x eksenine göre yansımasını koordinat düzlem üzerinde gösterip. uç noktalarının koordinatlarını belirtiniz.

Çözüm:

1.yol:

AB doğru parçasının uç noktalarının önce x eksenine göre yansımasının koordinatları bulunur. Sonra ise yansımasının y eksenine göre yansıması alınarak orijine göre yansımasının koordinatları bulunmuş olur. Son olarak ise orijine göre yansıtılan uç noktalar birleştirilerek AB doğru parçasının orijine göre yansıması çizilmiş olur.



$$A(-4, +3) \xrightarrow{\text{x'e göre}} A'(-4, -3) \xrightarrow{\text{y'ye göre}} A''(+4, -3)$$

$$B(-2, +2) \xrightarrow{\text{x'e göre}} B'(-2, -2) \xrightarrow{\text{y'ye göre}} B''(+2, -2)$$

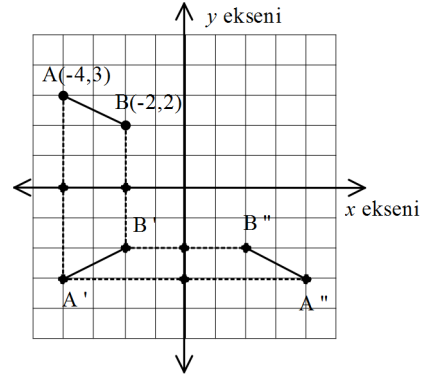
Ya da kısa yoldan;

$$A(-4, +3) \xrightarrow{\text{orijine göre}} A'(+4, -3)$$

$$B(-2, +2) \xrightarrow{\text{orijine göre}} B'(+2, -2)$$

2.yol:

AB doğru parçasının uç noktalarının önce y eksenine göre yansımasının koordinatları bulunur. Sonra ise yansımasının x eksenine göre yansıması alınarak orijine göre yansımasının koordinatları bulunmuş olur. Son olarak ise orijine göre yansıtılan uç noktalar birleştirilerek AB doğru parçasının orijine göre yansıması çizilmiş olur.



$$A(-4, +3) \xrightarrow{\text{y'ye göre}} A'(+4, +3) \xrightarrow{\text{x'e göre}} A''(+4, -3)$$

$$B(-2, +2) \xrightarrow{\text{y'ye göre}} B'(+2, +2) \xrightarrow{\text{x'e göre}} B''(+2, -2)$$

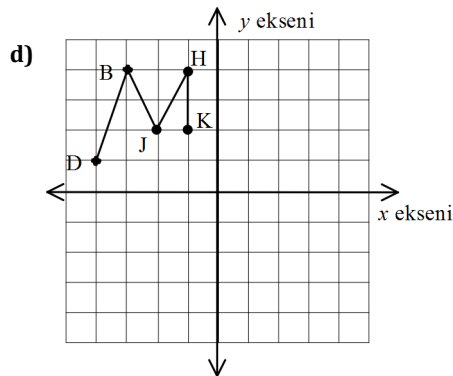
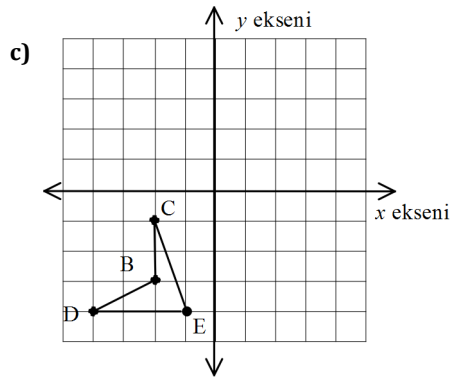
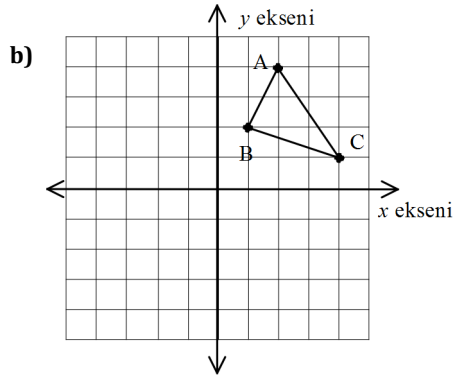
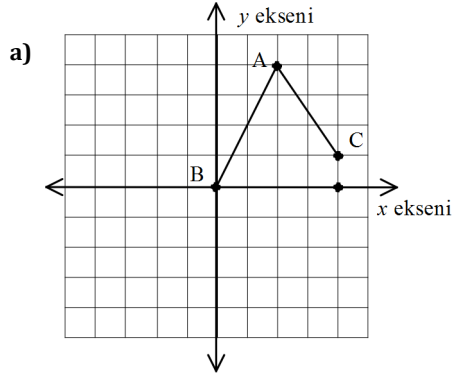
Ya da kısa yoldan;

$$A(-4, +3) \xrightarrow{\text{orijine göre}} A'(+4, -3)$$

$$B(-2, +2) \xrightarrow{\text{orijine göre}} B'(+2, -2)$$

SIRA SİZDE !!!

1) Aşağıda koordinat düzleminde verilen şekillerin orijine göre yansımalarını çiziniz.



2) Köşe koordinatları A(1,2) , B(2,5) ve C(5,3) olan bir ABC üçgeni orijine göre yansıtılıyor. Buna göre bu üçgenin orijine göre yansıma halinin apsisi toplamı kaç eşittir?

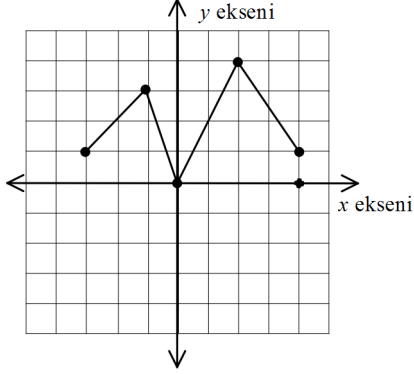
3) A(-2,4) noktasının orijine göre yansıması A'(a+3,2b-1) olduğuna göre a+b kaç eşittir?

4) Orijine göre yansımasının koordinatı K'(-5,4) olan K noktasının koordinatı K(m , n) olduğuna göre m^2-n^2 işlemi kaç eşittir?

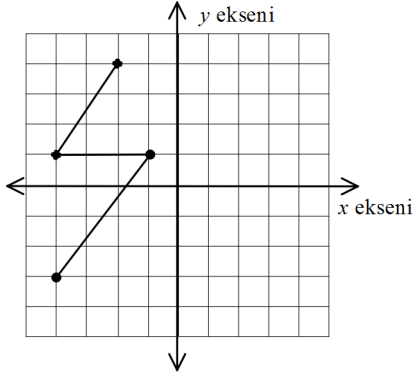
5) A(-3,4) noktasının orijine göre yansımasının A noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

ALİŞTIRMALAR:

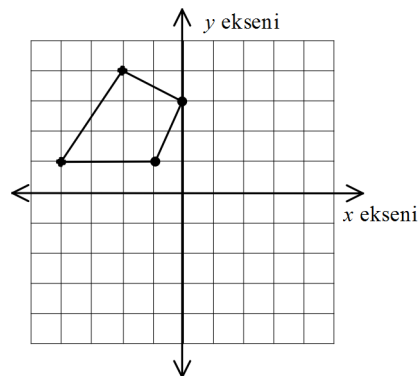
1) Aşağıda koordinat düzlemde verilen şeklin x eksenine göre yansımısını çiziniz.



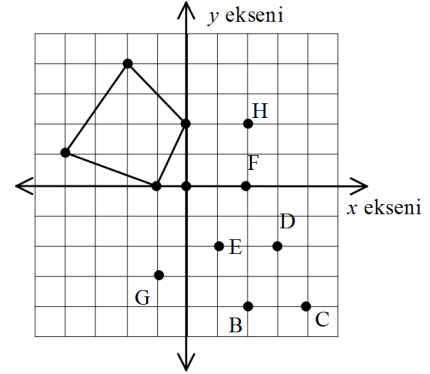
2) Aşağıda koordinat düzlemde verilen şeklin y eksenine göre yansımısını çiziniz.



3) Aşağıda koordinat düzlemde verilen şekillerin orijine göre yansımalarını çiziniz.



4) Aşağıda koordinat düzlemin 2. bölgesinde yer alan şeklin orijine göre yansımaları alındığında hangi noktalar yansıma görüntüsünün içinde kalır?



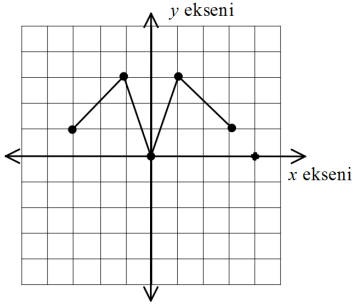
5) Yukarıdaki x , y ve orijine göre yansımalarının koordinatları istenen tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

Nokta	x eksenine göre	y eksenine göre	Orijine göre
A (-3,+2)			
B (+4,-5)			
C (-2, 0)			

6) A(1,1) , B(-2,5) ve C(-2,3) noktalarının birleştirilmesiyle oluşturulan bir ABC üçgeninin A noktası x eksenine göre,B noktası y eksenine göre , C noktası ise orijine göre yansıtıldığında yeni oluşan A'B'C' üçgeninin alanının ölçüsü ABC üçgeninin alanına göre ne kadar değişmiştir?

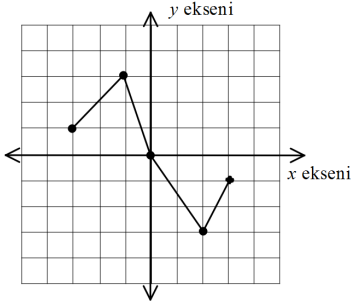
7) Aşağıda verilen şekillerde yansıma olup olmadığını belirtiniz. Yansıma varsa neye göre yansıma yapıldığını altına yazınız.

a)



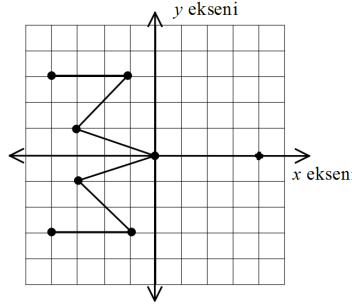
Yansıma (vardır. / yoktur.)
..... göre yansıma yapılmıştır.

b)



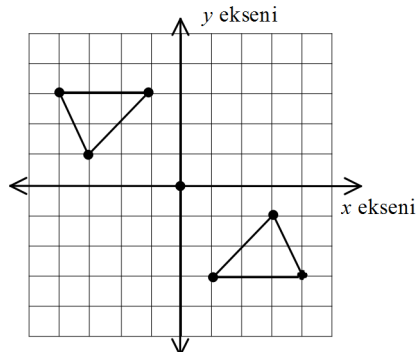
Yansıma (vardır. / yoktur.)
..... göre yansıma yapılmıştır.

c)



Yansıma (vardır. / yoktur.)
..... göre yansıma yapılmıştır.

d)



Yansıma (vardır. / yoktur.)
..... göre yansıma yapılmıştır.

8) Köşe koordinatları $A(1,1)$, $B(1,3)$ ve $C(3,1)$ olan bir ABC üçgeni x eksenine göre yansıtılıyor. Köşe koordinatları $D(-1,-1)$, $E(-3,-3)$ ve $F(-3,-1)$ olan bir DEF üçgeni ise y eksenine göre yansıtılıyor.

Buna göre bu iki üçgenin yansımalarının oluşturduğu şeklin alanı kaç br^2 'dir?

9) Uç noktaları $A(1,2)$ ve $B(2,5)$ olan AB doğru parçasının y eksenine göre yansıması $A'B'$ doğru parçasıdır. Buna göre bu doğru parçalarının uç noktalarını $A'B'BA$ şeklinde birleştirdiğimizde oluşan dörtgenin alanının ölçüsü kaç br^2 'dir?

10) A noktasının x eksenine göre yansımasının koordinatı ile B noktasının y eksenine göre yansımasının koordinatı aynı ve $(3,-4)$ 'tür. Buna göre A noktası ile B noktası arası uzaklık kaç birimdir?

MATEMATİK DERSİNE NASIL ÇALIŞILIR?

1. İhtiyaç duyduğunuzda öğretmeninizden ya da bilen bir kişiden yardım isteyin. Yapamadığınız soruların yanına bir işaret koyun. Ev ödevlerinde yapamadığınız soruları atlamayın. En kısa zamanda bu soruların çözümlerini bilen birinden öğrenin.
2. Sadece öğretmeni izleyerek konuyu anlayamayacağınızı unutmayın. Mümkün olduğunca çok örnek çözün.
3. Kuralları, formülleri, işlem basamaklarını küçük kartlara yazın. Bu kartlardan birini rastgele çekerek kural veya formül hakkında neler bildiğinizi kontrol edin. Bunu arkadaşlarınızla ya da aile fertlerinizle bir oyun haline getirebilirsiniz .
4. Bir arkadaşınızla birlikte çalışın. Araştırmalar, grupta çalışan kişilerin yalnız çalışanlara göre daha iyi performans gösterdiklerini ispatlamıştır. Zaman zaman birbirinizin işlemlerini kontrol edin.
5. Konunun başlığını muhakkak yazın. Eve geldiğiniz zaman ödev yapmaya başlamadan önce defterinizdeki başlığı renkli bir kalemle çizin. Bu sizin ne yaptığınızı görmenize yardımcı olacaktır.
6. İşlem yaparken her basamağın yanına ne yaptığınızı kendi kelimelerinizle tekrar not edin.
7. Öğrendiğiniz konunun günlük hayatta ne işe yaradığını öğrenin ve günlük hayatta uygulamasını yapın.

Matematik esas olarak sabır olayıdır.
Bellek değil keşfederek anlamak gerekir.

Cahit ARF